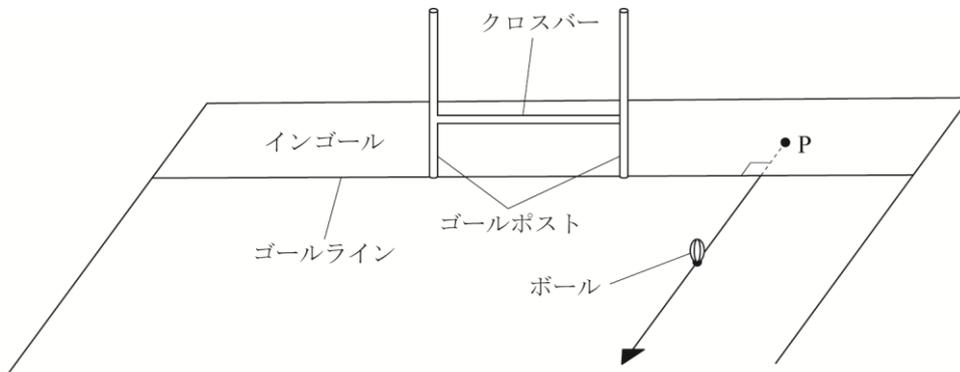


5 あやこさんは、日本でラグビーワールドカップ 2019 が開催されることを知り、ラグビーについて調べた。問 1・問 2 に答えなさい。

問 1 あやこさんが住む地域のラグビー大会は、参加する 5 チームが総あたり戦を行う。総あたり戦では、5 チームがそれぞれ 1 回ずつ対戦する。試合数は全部で何試合になるか、求めなさい。

問 2 あやこさんがラグビーについて調べると、トライをした後にゴールキックをすることがわかった。このゴールキックは、トライをした地点からゴールラインへひいた垂線上のいずれかの位置からボールを蹴る。あやこさんは、図 1 の点 P の位置にトライをしたとき、矢印 (→) 上のどの位置にボールを置くとゴールキックが最も成功しやすくなるかを考えた。

図 1



(注) トライ：相手チーム側のゴールラインの向こう側(インゴール)にボールを持ち込み、地面にボールをつける得点方法。
ゴールキック：ボールを蹴り、クロスバーの上で2つのゴールポストの間の空間を通す得点方法。

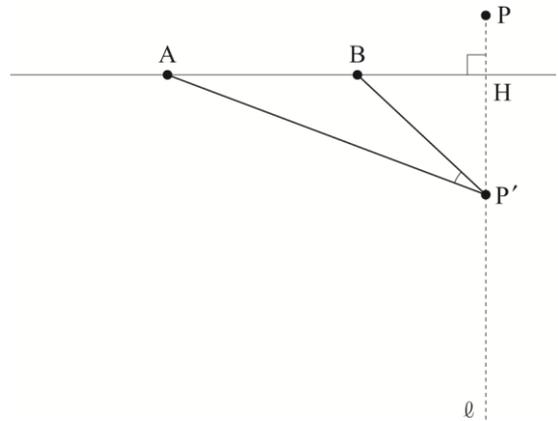
図2・図3は競技場を真上から見た図である。図中の2点A, Bはゴールポストの位置であり, 直線 l は点Pを通る直線ABの垂線で, 点Hはその2直線の交点である。また, 点P'はボールを置く位置で直線 l 上にあり, 直線ABに対して点Pの反対側にある。(1)・(2)に答えなさい。ただし, ボールは, 必ずゴールするのに十分な強さで蹴られ, まっすぐに飛ぶものとする。

(1) あやこさんは, 図2の $\angle AP'B$ が最も大きくなる点P'の位置が, ゴールキックが最も成功しやすい位置になると考えた。そこで, 直線 l 上の適当な位置に点P'をとり, 3点A, B, P'を通る円を作図してみることにした。

3点A, B, P'を通る円の中心をOとして, 定規とコンパスの両方を使って円の中心Oを解答用紙に作図しなさい。ただし, 作図に使った線は消さずに残しておくこと。

また, 定規やコンパスを持っていない場合は, 作図の方法を文章で書きなさい。

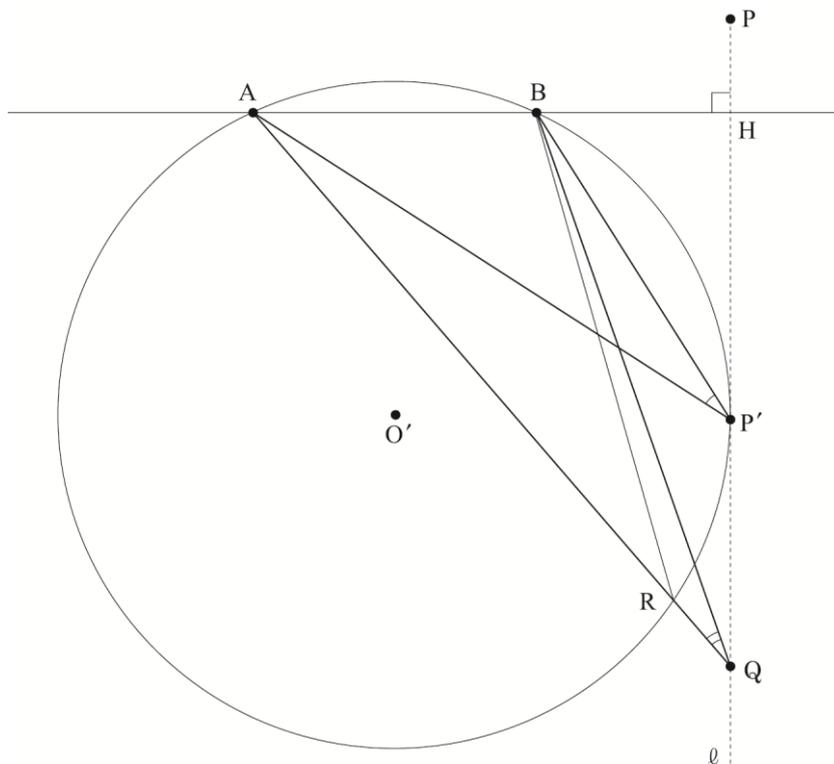
図2



(2) あやこさんは、点 P' の位置を変えながら 3 点 A, B, P' を通る円をいくつかかき、 $\angle AP' B$ の大きさについて考えていると、3 点 A, B, P' を通る円が、点 P' で直線 ℓ と接するとき、 $\angle AP' B$ が最も大きくなることに気づいた。

—— 線部の考えが正しいことの根拠として、**図 3** で $\angle AP' B$ が $\angle AQB$ より大きくなることを証明しなさい。ただし、**図 3** で円 O' は、2 点 A, B を通り直線 ℓ に点 P' で接している。また、点 Q は直線 ℓ 上にあり、点 P' とは異なる点で、直線 AB に対して点 P' と同じ側にある。点 R は線分 AQ と円 O' との交点で、点 A とは異なる点である。

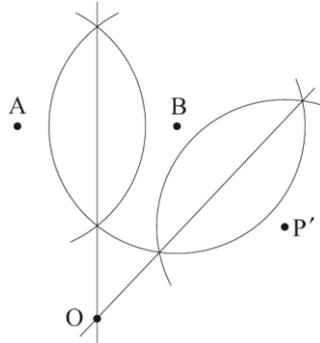
図 3



| | 問題番号 | 解 答 | | 配点 | 備 考 | | |
|-----------|------|-----|-----|---|-----|--|--|
| 数19公徳島大95 | 5 | 問 1 | 試合 | | | | |
| | | 問 2 | (1) | <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; height: 150px;"> <div style="text-align: center;">A •</div> <div style="text-align: center;">B •</div> <div style="text-align: center;">•P'</div> </div> | | | |
| | | | (2) | 〔証明〕 | | | |

| | 問題番号 | 解 答 | 配点 | 備 考 | |
|--------------|------|---------|-----|-----|--|
| 数一6 公立徳島大 50 | 問 1 | 10 (試合) | 4 | | |
| | 5 | 問 2 | (1) | 4 | |
| | | (2) | 5 | | |

(作図例)



(1)

(文章記述例)

- ① 点 A, B を, それぞれ中心として, 等しい半径の円をかき, この 2 円の交点を通る直線をひく。
- ② 同様に, 点 B, P' を, それぞれ中心として, 等しい半径の円をかき, この 2 円の交点を通る直線をひく。
- ③ ①, ②でひいた 2 直線の交点を中心 O である。

(2)

[証明]

\widehat{AB} に対する円周角だから,

$$\angle AP'B = \angle ARB \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle BQR$ の内角と外角について,

$$\angle AQB = \angle ARB - \angle QBR \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②から,

$$\angle AQB = \angle AP'B - \angle QBR$$

したがって, $\angle AP'B$ は $\angle AQB$ より大きい。

5 問1 5チームをA, B, C, D, Eとすると, 試合の組み合わせは, {A, B}, {A, C}, {A, D}, {A, E}, {B, C}, {B, D}, {B, E}, {C, D}, {C, E}, {D, E}の10通りある。

問2 (1) 円Oは3点A, B, P'を通るから, 中心OはA, B, P'から等しい距離にある。2点から等しい距離にある点は, その2点を両端とする線分の垂直二等分線上にある。よって, 3点A, B, P'から等しい距離にある点Oを求めるには, 線分AB, AP', BP'のうち, いずれか2本の垂直二等分線を作図して, その交点をOとすればよい。文章で書く場合は, 2本の線分の垂直二等分線を作図する手順を説明すること。

(2) 円周角の定理や, 三角形の内角と外角の性質を利用して, 角の大小関係を証明する。